4.6.8 Výkon střídavého proudu v obvodu s odporem

Předpoklady: 4218, 4601, 4602

Stejnosměrný proud: $P=U\cdot I=I\cdot R\cdot I=I^2R$, proud i napětí se nemění $\Rightarrow$ výkon zůstává stále stejný

Střídavý proud: napětí i proud se mění $\Rightarrow$ pro výpočet výkonu musíme použít okamžité hodnoty: $p=u\cdot i$

V obvodu bez indukčnosti a kapacity, pouze s odporem není fázový posun a platí: $u=R\cdot i$ $\Rightarrow$ $p=u\cdot i=R\cdot i\cdot i=R\cdot i^2$

Dosadíme: $i=I_m\sin\omega t$

$p=R\cdot i^2=R\,(I_m\sin\omega t)^2=R\,I_m^2\cdot\sin^2(\omega t)$ $\Rightarrow$

okamžitý výkon se mění jako funkce $\sin^2(\omega t)$ s amplitudou $P_m=R\,I_m^2$.

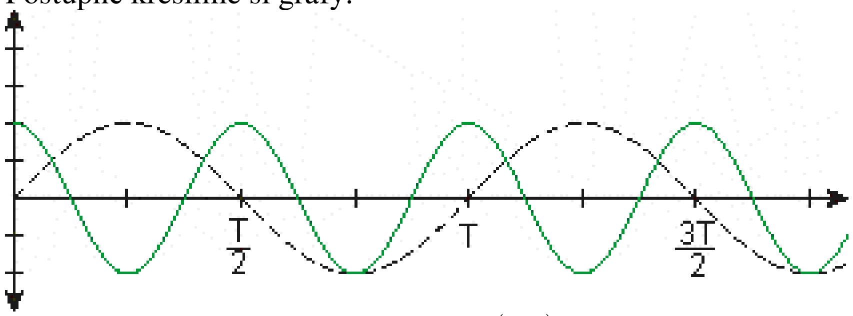
Schopnost určit okamžitý výkon je sice hezká, ale daleko víc bychom potřeboval spočítat průměrnou hodnotu výkonu, práci, kterou proud vykoná za jednu periodu $\Rightarrow$ musíme prostudovat chování funkce $\sin^2(\omega t)$.

Goniometrický vzorec pro poloviční úhel: $\left|\sin\frac{x}{2}\right|=\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

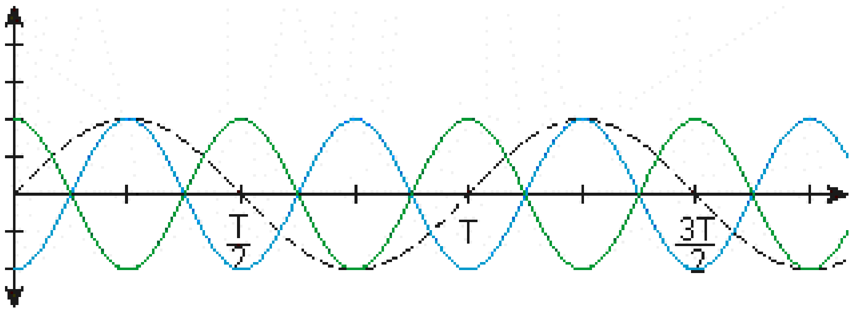
substituce $x=2y$ $\Rightarrow$ $|\sin y|=\sqrt{\frac{1-\cos 2y}{2}}$

umocnění $\Rightarrow$ $\sin^2 y=\frac{1-\cos 2y}{2}$ $\Rightarrow$ $\sin^2(\omega t)=\frac{1-\cos 2(\omega t)}{2}$

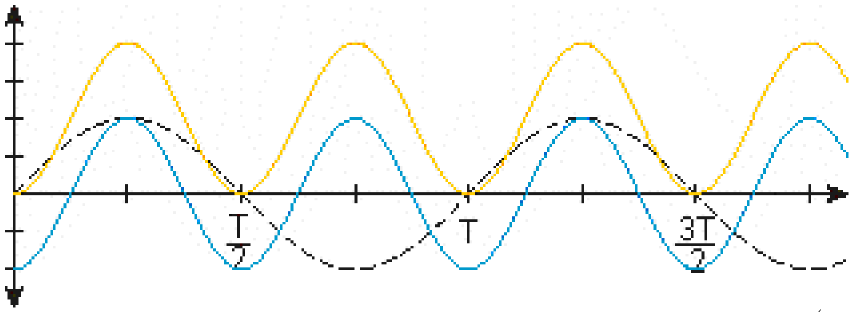
Postupně kreslíme si grafy:



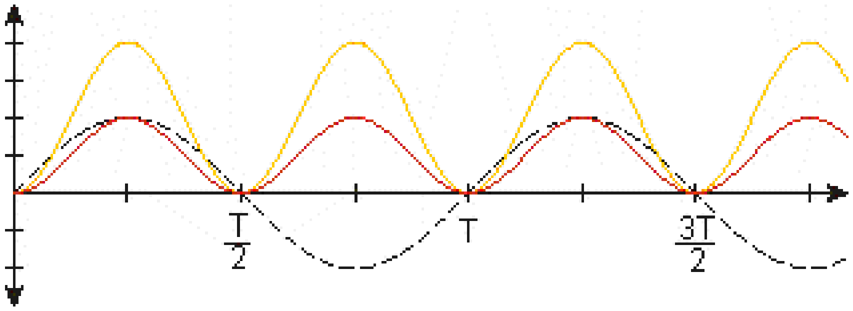
černě: $i=I_m\sin\omega t$, zeleně: $\cos 2(\omega t)$



černě: $i=I_m\sin\omega t$, zeleně: $\cos 2(\omega t)$, modře: $-\cos 2(\omega t)$

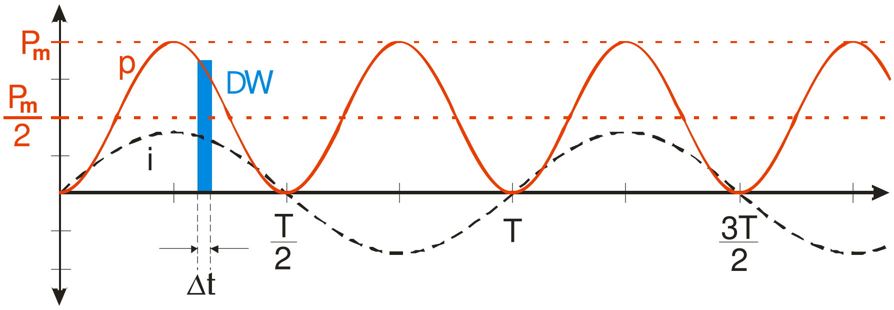


černě: $i = I_m \sin \omega t$, modře: $-\cos 2(\omega t)$, žlutě: $-\cos 2(\omega t) + 1 = 1 - \cos 2(\omega t)$

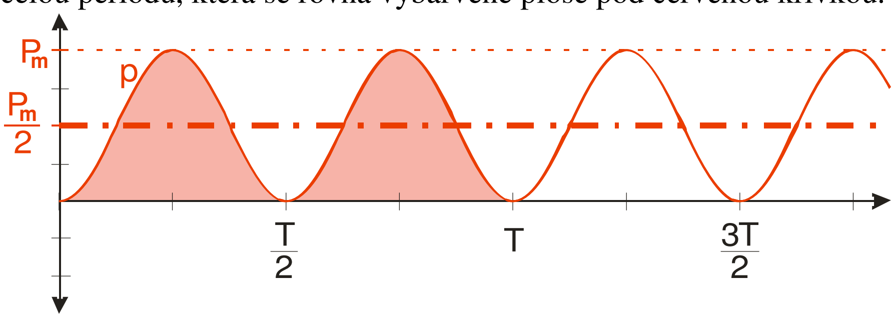


černě: $i = I_m \sin \omega t$, žlutě: $1 - \cos 2(\omega t)$, červeně: $\sin^2(\omega t) = \dfrac{1 - \cos 2(\omega t)}{2}$

Zajímají nás pouze dva grafy: $i = I_m \sin \omega t$ a $p = P_m \cdot \sin^2(\omega t)$

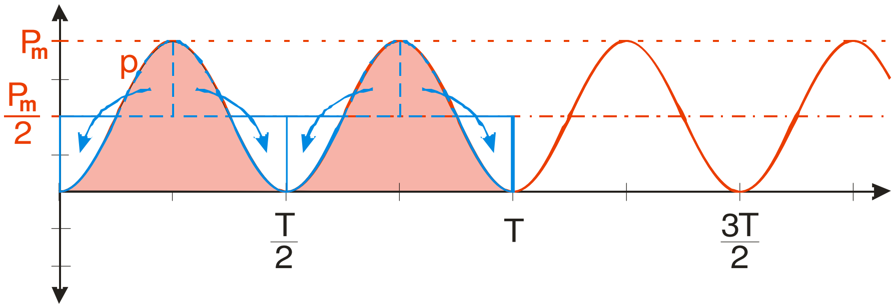


Zkusíme spočítat práci, kterou proud vykoná za jednu periodu (od času 0 do času T). Vzorec pro práci $W = P \cdot t$ v případě, že výkon je konstantní. V našem případě se výkon v čase mění $\Rightarrow$ nasekáme čas na menší kousky a použijeme vzorec $\Delta W = P \cdot \Delta t$. Jeden takový kousek práce je nakreslený v grafu, výpočet vede k nepřesnému výsledku, ale je zřejmé, že čím kratší časové úseky zvolíme, tím přesnější získáme výsledek. Když čas nesekáme na nekonečně malé kousky a všechny je sečteme (stejný postup už jsme používali u dráhy i práce), získáme práci za celou periodu, která se rovná vybarvené ploše pod červenou křivkou.

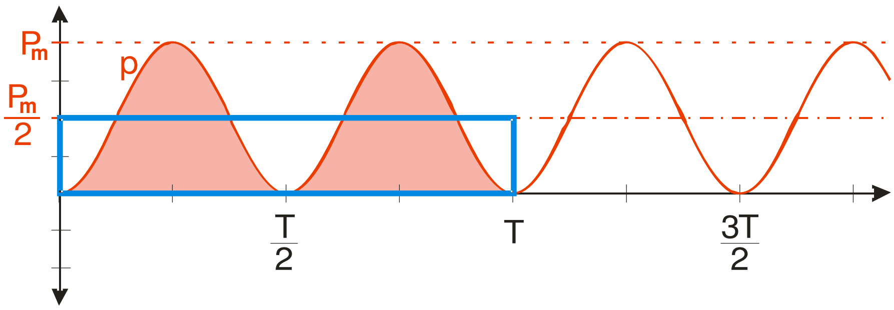


Jak je tato plocha velká?

Červená křivka je o $\dfrac{P_m}{2}$ posunutá sinusoida $\Rightarrow$ plocha nad vyznačenou osou je stejně velká jako díry pod ní:



Práce, kterou vykoná střídavý elektrický proud za jednu periodu se rovná obsahu modrého obdélníku o stranách T a $\frac{P_m}{2}$.



Spočteme obsah obdélníku: $W = ab = \frac{P_m}{2} \cdot T = \frac{R I_m^2}{2} T$.

Hledáme hodnotu stejnosměrného proudu I_e , který by za jednu periodu vykonal stejnou práci:
$W = P \cdot t = R I_e^2 \cdot T$

Chceme, aby se obě práce rovnaly: $\frac{R I_m^2}{2} T = R I_e^2 \cdot T$

$\frac{I_m^2}{2} = I_e^2$ $\Rightarrow$ $I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m$ - **efektivní hodnota střídavého proudu**

(střídavý proud s amplitudou I_m vykoná stejné množství práce, jako by vykonal stejnosměrný proud o velikosti $I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m$)

Zcela analogicky zavádíme i efektivní hodnotu napětí:
$U_e = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m$ - **efektivní hodnota střídavého napětí**

(střídavé napětí s amplitudou U_m vykoná stejné množství práce, jako by vykonalo stejnosměrné napětí o velikosti $U_e = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m$)

Protože nás u elektrického proudu zajímá hlavně užitečná práce, kterou je schopen vykonávat, jsou pro nás efektivní hodnoty nejdůležitější $\Rightarrow$

- pokud není u velkého písmena, které označuje střídavý proud nebo napětí, napsán žádný index, pokládáme ho za efektivní hodnotu
- pokud mluvíme o hodnotách střídavého proudu a napětí, předpokládáme (není-li řečeno jinak), že jde o efektivní hodnoty

$\Rightarrow$ 230 V uváděných u střídavého síťového napětí je efektivní hodnota

Př. 1: Efektivní hodnota síťového napětí je $230\ \mathrm{V}$. Urči jeho amplitudu.

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$$
$$U_m=U\cdot\sqrt{2}$$
$$U_m=230\cdot\sqrt{2}$$
$$U_m=325\,\mathrm{V}$$
Amplituda síťového napětí je 325 V.

Pro výkon střídavého proudu daného efektivními hodnotami *U* a *I* platí vztah $P=U\cdot I$ **.**

Př. 2: Žárovka 100 W je připojena k síťovému napětí 230 V. Urči největší okamžitou hodnotu proudu, který přes žárovku prochází.

Ze vztahu pro výkon vypočítáme efektivní hodnotu proudu, procházejícího přes žárovku:
$$P=U\cdot I \quad \Rightarrow \quad I=\frac{P}{U}=\frac{100}{230}\,\mathrm{A}=0{,}43\,\mathrm{A}$$
Nyní musíme dopočítat amplitudu proudu:
$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad I_m=I\cdot\sqrt{2}=0{,}43\cdot\sqrt{2}\,\mathrm{A}=0{,}61\,\mathrm{A}$$
Proud v žárovce bude dosahovat maximální okamžité hodnoty 0,61 A.

Shrnutí: Velikosti střídavého napětí a proudu udáváme pomocí efektivních hodnot, které popisují průměrnou práci, kterou vykonává elektrický proud.